

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение  
высшего образования  
**«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»**  
(Финансовый университет)  
Канашский филиал Финуниверситета

Методические рекомендации для студентов  
по выполнению самостоятельной работы  
по дисциплине ОП.01 «Элементы высшей математики»  
по специальности 09.02.09 Веб-разработка

Организация-разработчик: Канашский филиал Финуниверситета

Разработчик:

Славкина Анастасия Игоревна, преподаватель ВКК

Рекомендована предметно-цикловой комиссии цифровых технологий

Протокол от «25» октября 20\_\_ г. № 3

Председатель предметно (цикловой) комиссии  / А.И. Славкина /

## Пояснительная записка

Методические рекомендации для студентов по выполнению самостоятельной работы по дисциплине ОП.01 «Элементы высшей математики» разработаны на основе требований Федерального государственного образовательного стандарта по специальности 09.02.09 Веб-разработка.

Самостоятельная работа по дисциплине ОП.01 «Элементы высшей математики» проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений;
- формирования общих и профессиональных компетенций;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений решать ситуационные производственные задачи;
- развития познавательных способностей и активности: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

Самостоятельная работа по дисциплине ОП.01 «Элементы высшей математики» включает задания по составлению краткого конспекта.

Самостоятельная работа по дисциплине ОП.01 «Элементы высшей математики» является внеаудиторной и обязательна для всех студентов. Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская работа студентов, выполняемая вне занятий по заданию и при управлении преподавателем, но без его непосредственного участия.

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы являются:

- уровень освоения учебного материала;
- умение использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- сформированность общеучебных умений;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- оформление материала в соответствии с требованиями.

Перечень самостоятельной работы студента  
по дисциплине ОП.01 «Элементы высшей математики»  
по специальности 09.02.09 Веб-разработка

№	Наименование разделов и тем	Количество часов	Вид работы
1	2	3	4
1	Тема 1.1. Матрицы и определители	2	Составление конспекта по теме «Матрицы и определители»
2	Тема 1.2. Системы линейных уравнений	2	Решение систем линейных уравнений
3	Тема 2.2. Аналитическая геометрия на плоскости	2	Составление уравнения прямой на плоскости
4	Тема 3.1. Пределы и непрерывность функции.	2	Числовые последовательности
5	Тема 4.2. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	2	Вычисление интегралов
6	Тема 5.1. Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных	2	Составление конспекта по теме «Производные высших порядков и дифференциалы высших порядков»
7	Тема 5.2. Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	2	Составление конспекта по теме «Приложение двойных интегралов»
8	Тема 6.1. Теория рядов	2	Составление конспекта по теме «Исследование сходимости рядов»
	Итого	16	

## Самостоятельная работа № 1

Задание 1. Составьте конспект по теме «Матрицы и определите ли» ответив на следующие вопросы.

1. Дайте определение матрицы. Что означают термины «размерность матрицы», «элемент матрицы  $a_{ij}$ »?
2. Какие матрицы называются квадратными, диагональными, единичными и нулевыми? Приведите примеры.
3. Что такое транспонированная матрица? Как операция транспонирования изменяет матрицу-строку и матрицу-столбец?
4. Объясните, в каком случае можно складывать матрицы и как это делается. Какими свойствами обладает эта операция?
5. Сформулируйте условие, при котором можно умножать две матрицы. Почему это условие именно такое?
6. Почему операция умножения матриц, вообще говоря, некоммукативна? Приведите наглядный пример.
7. Какую роль играет единичная матрица в операциях с матрицами (по аналогии с числом 1 в обычной арифметике)?
8. Блок 2: Определители (Детерминанты)
9. Что такое определитель (детерминант) матрицы? Для каких матриц он существует?
10. Объясните геометрический смысл определителя матрицы  $2 \times 2$ .
11. Сформулируйте основные свойства определителя. Что произойдёт с определителем, если:
  - а) Поменять местами две строки (столбца)?
  - б) Умножить строку на число  $k$ ?
  - в) К одной строке прибавить другую, умноженную на число?
  - г) Матрица имеет строку (столбец) из нулей?

## Самостоятельная работа № 2

Задание 1. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 2 \end{cases}.$$

2. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} x+5y+z=-2 \\ -3x+7y-z=3 \\ 8x+5y+3z=-7 \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} -x+y+2z=-7 \\ 5x-7y+z=5 \\ -2x+y-3z=9 \end{cases}$$

### Самостоятельная работа № 3

Задание 1. В треугольнике ABC вершины A B C  $(-3;1, 2;7, 5;4)$  ( ) ( ) . Найти: 1) длины стороны AC и медианы AM; 2) величину угла при вершине C треугольника; 3) угол между медианой BD и высотой BF. Составить уравнения: 1) стороны AB; 2) медианы BD; 3) высоты BF треугольника.

Задание 2. В треугольнике ABC вершины A B C  $(- - - 5;7, 7;5, 2; 1)$  ( ) ( ) . Найти: 1) длины стороны AB и медианы BD; 2) величину угла при вершине A треугольника; 3) угол между высотой CE и медианой BD. Составить уравнения: 1) стороны BC; 2) высоты CE; 3) медианы BD треугольника.

Задание 3. В треугольнике ABC вершины A B C  $(7;9, 4;4, 2; 2)$  ( - - ) ( ) . Найти: 1) длины стороны AB и медианы АК; 2) величину угла при вершине A треугольника; 3) угол между медианой BM и высотой CE. Составить уравнения: 1) стороны BC; 2) медианы BM; 3) высоты CE треугольника.

Задание 4. В треугольнике ABC вершины A B C  $(2; 4, 10; 1, 6;4 - - - -)$  ( ) ( ) . Найти: 1) длины стороны AC и медианы BD; 2) величину угла при вершине A треугольника. Составить уравнения: 1) стороны AB; 2) медианы BD; 3) высоты CE. Найти величину угла между высотой CE и медианой BD треугольника.

### Самостоятельная работа № 4

1. Вычислить пределы, содержащие тригонометрические функции.	
<u>1 вариант</u>	<u>2 вариант</u>
1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sin x};$	1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{10x};$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{x};$	2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 7x};$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sin 5x};$ 4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2};$ 5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3}}{\sin 5x};$ 6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 - \operatorname{tg} x} - 2}{\operatorname{tg} x};$ 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + \sin 3x}{x};$ 8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2 - 4};$	3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x};$ 4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin^3 2x};$ 5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sin 7x};$ 6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{\operatorname{tg} x + 9} - 3};$ 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x};$ 8. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sin(x-4)}{x^2 - 16};$
5. Вычислите пределы, путем применения второго замечательного предела.	
1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^{2x};$ 2. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{3}{x}};$ 3. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x})^x;$ 4. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{\frac{1}{x}};$ 5. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \frac{4x}{5})^{\frac{2}{x}};$ 6. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x+5}{x})^{7x};$ 7. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x}{x-3})^{\frac{1}{2x}}.$	1. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{2}{x}};$ 2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^{\frac{x}{3}};$ 3. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{3}{x})^x;$ 4. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 7x)^{\frac{1}{x}};$ 5. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \frac{5x}{6})^{\frac{3}{x}};$ 6. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x-1}{x})^{4x};$ 7. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x}{x+4})^{\frac{1}{2x}}.$

### Самостоятельная работа № 5

Задание 1.

1. Вычислить методом непосредственного интегрирования следующие определенные интегралы:

$$\begin{array}{llll}
1) \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x} & 2) \int_{-1}^1 3(1+x^2) dx & 1) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\sin^2 x} & 2) \int_{-1}^1 5(x^2+1) dx
\end{array}$$

2. Вычислить следующие интегралы методом подстановки:

$$3) \int_{-2}^1 (5-2x)^4 dx \quad 4) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{3-\cos x} dx \quad 5) \int_0^1 e^x x dx$$

$$3) \int_2^3 (2x-1)^4 dx \quad 4) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2+\sin x} dx \quad 5) \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} 3e^{x^2} x^2 dx$$

### Самостоятельная работа № 6

Задание 1. Составьте конспект по теме «Производные высших порядков и дифференциалы высших порядков» ответив на следующие вопросы.

1. Дайте определение производной второго порядка. Как она обозначается? Как, исходя из этого определения, вводится производная n-го порядка?

2. Что описывает производная второго порядка от функции, задающей закон движения материальной точки  $\mathbf{s} = \mathbf{s}(t)$ ? Приведите аналогичную физическую интерпретацию для третьей производной.

3. Как связаны производная второго порядка и выпуклость/вогнутость функции (теорема о связи знака второй производной с направлением выпуклости)? Проиллюстрируйте это на графике.

4. Сформулируйте правило для нахождения второй производной произведения двух функций  $(\mathbf{u}(\mathbf{x})\mathbf{v}(\mathbf{x}))''$ . Чем оно отличается от правила для нахождения первой производной?

5. Для какой цели вводятся производные высших порядков? Приведите примеры задач (из физики, геометрии, экономики), где они необходимы.

6. Дайте определение дифференциала второго порядка функции  $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ . Почему для независимой переменной  $\mathbf{x}$  предполагается, что  $d^2\mathbf{x} = 0$ ?

7. Чем принципиально отличается определение дифференциала второго порядка от определения дифференциала первого порядка?

8. Что такое свойство инвариантности формы первого дифференциала? Сохраняется ли это свойство для дифференциала второго порядка? Поясните на примере.

9. Как связаны между собой производная n-го порядка и дифференциал n-го порядка функции  $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ , где  $\mathbf{x}$  — независимая переменная?

10. Запишите формулу для дифференциала второго порядка сложной функции  $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{u})$ ,  $\mathbf{u} = \mathbf{g}(\mathbf{x})$ . Почему в этом случае  $d^2\mathbf{u} \neq 0$ ?

11. Как с помощью дифференциалов высших порядков можно оценить погрешность вычислений? (Намекните на связь с формулой Тейлора).



## Самостоятельная работа № 7

Задание 1. Составьте конспект по теме «Приложение двойных интегралов» ответив на следующие вопросы.

1. Как с помощью двойного интеграла вычисляется площадь плоской области? Запишите соответствующую формулу и дайте словесную интерпретацию.
2. Выведите формулу для объёма цилиндрического тела, ограниченного сверху поверхностью  $z = f(x, y)$ , снизу — областью  $D$  на плоскости  $Oxy$ . Почему двойной интеграл даёт именно объём?
3. Как вычисляется площадь поверхности, заданной уравнением  $z = f(x, y)$ , с помощью двойного интеграла? Объясните, как получается элемент площади поверхности  $dS$ .
4. Как найти массу неоднородной пластины  $D$ , если известна её поверхностная плотность  $\gamma(x, y)$ ? Запишите формулу.
5. Что такое статические моменты плоской фигуры относительно осей координат? Как они вычисляются с помощью двойного интеграла и для чего нужны?
6. Как найти координаты центра масс неоднородной пластины? Выведите формулы, исходя из определения и понятия статических моментов.
7. Дайте определение момента инерции материальной точки и плоской фигуры относительно оси, точки или начала координат. Как эти моменты инерции вычисляются через двойной интеграл?
8. Все перечисленные приложения (площадь, объём, масса, моменты) записываются в виде  $\iint_D f(x, y) dS$ . Что в каждом случае представляет собой подынтегральная функция  $f(x, y)$ ?
9. В чём состоит разница между вычислением объёма тела и площади поверхности с помощью двойного интеграла? Почему формула для площади поверхности сложнее?
10. Когда для вычисления физических характеристик (массы, центра масс) можно использовать не массовую, а «геометрическую» плотность  $\gamma = 1$ ? К каким упрощениям это приводит?

## Самостоятельная работа № 8

Задание 1. Составить конспект по теме «Исследование сходимости рядов», ответив на следующие вопросы.

1. Что такое сходимость ряда?
2. Дайте определение сходящегося числового ряда. (Что означает фраза "ряд сходится"?)

3. Сформулируйте необходимый признак сходимости ряда. Всегда ли его выполнение гарантирует сходимость? Приведите пример.
4. Объясните, почему гармонический ряд  $\sum 1/n$  расходится, хотя его общий член и стремится к нулю.
5. Что такое  $n$ -ная частичная сумма ряда и какова ее связь с суммой ряда?
6. В чем разница между сходимостью последовательности и сходимостью ряда? Может ли ряд сходиться, если последовательность его членов расходится?
7. Сформулируйте предельный признак сравнения для знакоположительных рядов. Как выбрать ряд для сравнения?
8. Для каких рядов применяется интегральный признак Коши? Сформулируйте его.
9. Используя интегральный признак, исследуйте сходимость обобщенного гармонического ряда  $\sum 1/n^p$ .

#### Перечень рекомендуемых источников:

1. Григорьев, В.П. Математика: учебник для среднего профессионального образования по техническим специальностям / В.П. Григорьев, Т.Н. Сабурова. — 3-е изд., стер. — Москва : Академия, 2019. — 368 с. + Тираж 2000 экз. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-4468-8480-3.

2. Седых, И. Ю. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. Ю. Седых, Ю. Б. Гребенщиков, А. Ю. Шевелев. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 443 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-5914-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536994>

#### Электронные издания (электронные ресурсы)

1. Электронный ресурс «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». Форма доступа: <http://window.edu.ru>

2. Электронный ресурс «Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов». Форма доступа: <http://fcior.edu.ru>

3. Электронный ресурс «Образовательный математический сайт» компании Softline. Exponenta.ru: <http://www.exponenta.ru>

#### Дополнительные источники

1. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 571 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-18419-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/534966>

2. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 326 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08799-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/512668>

3. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 2 : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 251 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08803-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/512669>

